



Revista MICA.
Volumen 6 No. 11.
ISSN: 2594-1933
Periodo: Enero - Julio de 2023
Tepic, Nayarit. México
Pp. 41 - 50
Recibido: enero 16 de 2023
Aprobado: febrero 19 de 2023

La geometría dinámica en el aprendizaje del comportamiento de funciones por medio de la visualización

Dynamic geometry in learning the behavior of functions through visualization

Amín Bahena Salgado

Tecnológico Nacional de México/Instituto
Tecnológico de Acapulco
amin.bs@acapulco.tecnm.mx

Cesilio Grande Tecorral

Universidad Autónoma de Guerrero
cesiliogrande22@hotmail.com

Gildardo Cortés Bello

Tecnológico Nacional de México/Instituto
Tecnológico de Acapulco
gildardo.cb@acapulco.tecnm.mx

Noé Castellanos Rebolledo

Tecnológico Nacional de México/Instituto
Tecnológico de Acapulco
noe.cr@acapulco.tecnm.mx

La geometría dinámica en el aprendizaje del comportamiento de funciones por medio de la visualización

Dynamic geometry in learning the behavior of functions through visualization

Resumen

Los programas de geometría dinámica aportan nuevas posibilidades a la actividad del docente al agregar un elemento importante en la comprensión de los contenidos matemáticos, éste es la visualización de los objetos matemáticos en un sentido dinámico.

El objetivo de este escrito es: mostrar la incidencia de la visualización en la comprensión del comportamiento de funciones al variar los parámetros de su expresión algebraica.

Este trabajo de investigación se centra en actividades realizadas con alumnos de cálculo diferencial del Instituto Tecnológico de Acapulco al abordar el tema relacionado con funciones, siendo este contenido un requisito previo al tratamiento de límites y por supuesto al tema de derivadas. Las prácticas se realizaron en el Laboratorio Virtual de Ciencias Básicas del Instituto Tecnológico de Acapulco y teniendo como metodología el uso de un diseño de aprendizaje que sirve de guía para que el estudiante explore la relación existente entre una expresión algebraica y su gráfica correspondiente utilizando el software de geometría dinámica Geogebra por ser un software libre.

Con la implementación de estas prácticas se han obtenido resultados significativos al momento de llegar al punto crucial de cálculo diferencial, que es el cálculo de derivadas, pues el conocimiento del comportamiento de las funciones facilita al estudiante el determinar si el resultado obtenido es correcto en la resolución de problemas en este curso.

Como conclusión se puede mencionar que la geometría dinámica se utiliza como recurso didáctico en la comprensión de conceptos abstractos y para la elaboración de materiales educativos tanto estáticos como dinámicos según las estrategias de enseñanza del docente de matemáticas.

Palabras clave: Geometría dinámica, visualización, funciones

Abstract

Dynamic geometry programs bring new possibilities to the teacher's activity by adding an important element to the understanding of mathematical contents, namely the visualization of mathematical objects in a dynamic sense.

The objective of this paper is: to show the incidence of visualization in the understanding of the behavior of functions by varying the parameters of their algebraic expression.

This research work focuses on activities carried out with students of differential calculus of the Instituto Tecnológico de Acapulco when approaching the subject related to functions,

being this content a prerequisite to the treatment of limits and of course to the subject of derivatives. The practices were carried out in the Virtual Laboratory of Basic Sciences of the Instituto Tecnológico de Acapulco and having as methodology the use of a learning design that serves as a guide for the student to explore the existing relationship between an algebraic expression and its corresponding graph using the dynamic geometry software Geogebra because it is a free software.

With the implementation of these practices, significant results have been obtained at the time of reaching the crucial point of differential calculus, which is the calculation of derivatives, since the knowledge of the behavior of the functions facilitates the student to determine if the result obtained is correct in the resolution of problems in this course.

In conclusion, it can be mentioned that dynamic geometry is used as a didactic resource in the understanding of abstract concepts and for the elaboration of both static and dynamic educational materials according to the teaching strategies of the mathematics teacher.

Keywords: Dynamic geometry, visualization, functions

Introducción

El impacto de las tecnologías en las nuevas generaciones caracteriza el quehacer del docente en la evolución de sus prácticas para adaptarlas a estas nuevas tendencias y que representan un reto para quienes pretenden aprovechar las bondades de las Tecnologías de la Información y la Comunicación en la enseñanza aprendizaje de los contenidos matemáticos.

La geometría dinámica puede ser utilizada como un recurso didáctico para el análisis de conceptos matemáticos a partir de sus propiedades geométricas, ya sea en imágenes estáticas o dinámicas. Existen diversos programas de geometría dinámica como Cabri, Geonext, Regla y compás, CarMetal, Geogebra, entre otros. Para esta actividad se eligió Geogebra por ser un software libre, en primer lugar, además de ser potencialmente suficiente en la didáctica y muy versátil, pues puede ser utilizado para la enseñanza aprendizaje de Geometría, Álgebra, Cálculo y Estadística. Este programa contiene vista algebraica, vista gráfica y vista de hoja de cálculo, que al vincularse dinámicamente pueden mostrar la representación del objeto en cada una de las vistas.

La geometría dinámica aún sigue siendo un recurso didáctico poco utilizado, tal vez por el desconocimiento de las ventajas que ofrece o porque algunos docentes se resisten a modificar su práctica docente aprovechando en menor medida las TIC's. Es en este entorno donde el docente y sus alumnos ponen en juego sus conocimientos de geometría para que las imágenes construidas conserven sus propiedades al aplicar el “arrastre”, como lo menciona Mora (2007):

Los programas de Geometría dinámica son útiles para que el alumno descubra por sí mismo conceptos y procedimientos mediante la exploración de situaciones prácticas con figuras dinámicas. El problema del uso de este tipo de programas podría consistir en que basta con una acción de ratón para que se visualicen todas las propiedades de la figura y ya no haya que pensar más. Desde ese punto de vista, el trabajo del profesor consiste en diseñar actividades o prácticas para que el estudiante explore propiedades y conceptos.

El uso de la Geometría Dinámica se puede extender a la resolución de problemas mediante la construcción de figuras geométricas que se correspondan con el manejo de las variables contenidas en el problema. Ahora se nos presentan en forma de animaciones que nos permiten observarlas desde distintos puntos de vista e incluso nos permiten interactuar con ellas al modificar ciertas condiciones en el diseño y analizar qué es lo que ocurre (Mora, 2007).

Metodología

El docente adapta sus necesidades a las condiciones que se brinden en el centro de trabajo, pudiendo llevar a cabo la actividad con una sola computadora y un proyector o en una sala de cómputo para el trabajo individual o por equipo.

Para el caso mostrado se llevó a cabo la práctica en el Laboratorio Virtual de Ciencias Básicas.



Figura 1. Estudiantes en la práctica

Resultados y Conclusiones

La tecnología, por sí sola, no es suficiente para la construcción del conocimiento. Para este efecto se conjugan el rol del profesor, el rol del estudiante, la metodología, los recursos didácticos y el material didáctico.

A continuación, se describen, a grandes rasgos, las acciones que componen la metodología para lograr la comprensión de los efectos que ejercen los parámetros de la ecuación de una función y su gráfica:

- Previo a la actividad se instala el programa de geometría dinámica GeoGebra. De preferencia hay que asegurarse de contar con la versión más reciente
- Si es posible, se asigna un ordenador a cada estudiante participante. De otra manera se pueden hacer equipos de trabajo de la menor cantidad de alumnos posibles, dependiendo de las posibilidades o disponibilidad de equipo del centro de cómputo donde se realiza la actividad.
- Se asegura el nivel de partida al dar instrucciones sobre el uso del programa de geometría dinámica, especialmente en el uso de deslizadores y en la introducción de expresiones algebraicas para ser graficadas.

- Se proporciona un documento consistente en el análisis de funciones, donde está escrita la expresión algebraica con parámetros $a, b, c, \dots$, junto con preguntas para ser contestadas observando el comportamiento de la gráfica de la función al variar los parámetros. La expresión algebraica se relaciona con una figura elaborada con el software de Geometría Dinámica a la que se le ha introducido la expresión que obedece a deslizadores $a, b, c, \dots$
- El estudiante contesta a las preguntas planteadas en el diseño de aprendizaje tras la exploración manipulando los deslizadores que representan los parámetros de la ecuación de la función.
- Se manipulan los deslizadores y se observa el comportamiento de la gráfica.
- Se comparten los resultados con el grupo, siendo el docente quien coordina la actividad.
- El docente recapitula el comportamiento de las gráficas de las funciones al variar los parámetros de su expresión algebraica, haciendo uso de conceptos como monotonía, dominio y rango de una función, asíntotas y traslación.

En esta actividad se contó con un aula del Laboratorio Virtual de Ciencias Básicas del Instituto Tecnológico de Acapulco, la cual está dotada, en cada sala, de 20 ordenadores en buenas condiciones de servicio, a las que se les instaló el programa de geometría dinámica GeoGebra versión 5.0.280.0 que ya cuenta con la posibilidad de graficar en tres dimensiones.

Análisis de datos

El diseño de aprendizaje se enfoca en comprender el comportamiento de una gráfica al variar los parámetros de la expresión algebraica de una función. Para este fin se elaboró un documento que el estudiante debía contestar manipulando deslizadores (herramienta de Geogebra) que modifican los parámetros de la ecuación de una función, para lo cual se propusieron las siguientes funciones:

$$ax + b$$

$$a(x - b)^2 + c$$

$$ax^2 + bx + c$$

$$a \operatorname{sen}(b(x - c)) + d$$

$$a \cos(b(x - c)) + d$$

$$a \ln(x - b) + c$$

Como ejemplo se muestra la figura para explorar la función $\operatorname{sen}(x)$ con los respectivos parámetros.

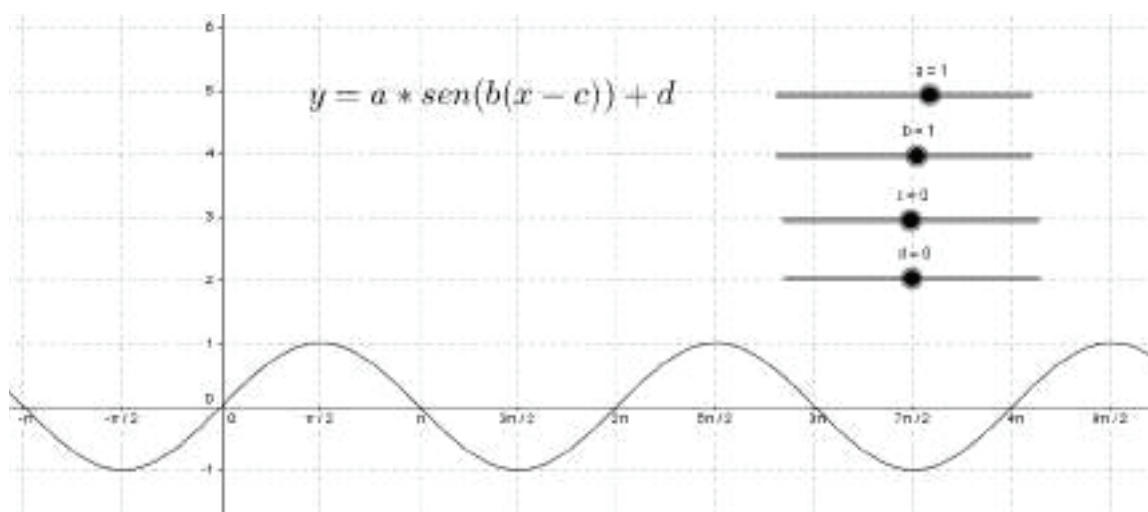


Figura 2. Gráfica de la función $\operatorname{sen}(x)$

A continuación se muestran algunas de las respuestas dadas por los estudiantes al cuestionárseles sobre sus observaciones en el comportamiento de la gráfica al manipular los parámetros de la expresión algebraica en una forma propuesta en el diseño de aprendizaje.

La gráfica se relaciona con la ecuación de la forma $y = a \operatorname{sen}(b(x - c)) + d$
¿Qué tipo de gráfica es?

— Es la función seno

— Es una sinusoidal

¿Qué hace el parámetro “a” a la gráfica?

— La hace más grande

— La estira hacia arriba y hacia abajo

— La estira o la comprime verticalmente

— Cuando cambia de signo la cambia para abajo

¿Qué hace el parámetro “b” a la gráfica?

— La alarga o la acorta hacia los lados como acordeón

— La estira o la comprime horizontalmente

— Aumenta o disminuye la cantidad de ciclos

¿Qué hace el parámetro “c” a la gráfica?

— La mueve hacia los lados

— La mueve a la izquierda y hacia la derecha

— La desplaza horizontalmente

¿Qué hace el parámetro “d” a la gráfica?

— La mueve hacia arriba y hacia abajo

— La sube y la baja

— La desplaza verticalmente

Escribe la ecuación cuando $a=1$, $b=1$, $c=0$, $d=0$. Para esta ecuación indica el intervalo de un periodo de la gráfica.

— $\text{sen } x$ de 0 a 2π

— $1 \text{ sen } (1(x-0)+0) = \text{sen } (x)$. El intervalo de un periodo es de 0 a 2π

Escribe la ecuación cuando $a=1$, $b=1$, $c=1.571$, $d=0$. ¿Con qué otra función trigonométrica se corresponde?

— Con $\cos(x)$

— Con el coseno

Escribe la ecuación cuando

$a=3$, $b=-2$, $c=0$, $d=-1$.

— $3 \text{ sen}(-2(x-1.57))$

— $3 \sin(-2(x-1.57))+0$

¿Qué parámetro modifica la amplitud de la gráfica?

— La “a”

— El parámetro a

¿Qué parámetro modifica la frecuencia de la gráfica?

— El parámetro b

¿Qué parámetro desplaza la gráfica horizontalmente?

— El parámetro c

¿Qué parámetro desplaza la gráfica verticalmente?

— El parámetro d

Las respuestas pueden no corresponderse al lenguaje matemático adecuado pero muestra que con sus propias palabras, el estudiante analizó el comportamiento de las funciones a partir de la manipulación de los parámetros representados por los deslizadores del programa Geogebra. Cabe destacar que su respuesta estuvo acompañada de movimientos con los brazos para describir el comportamiento de las gráficas.

La sesión de una hora no es suficiente para la total exploración de las funciones representadas gráficamente, por lo que se puede optar en aumentar la cantidad de sesiones o en complementar la actividad como trabajo en casa. La posibilidad de descargar el programa de manera libre hace alcanzable el logro de los objetivos de aprendizaje al no haber impedimento para la instalación en el equipo de cómputo de cada estudiante.

Como resultado de la actividad se logró que los estudiantes comprendieran el comportamiento de las funciones con respecto de su representación gráfica, siendo esto aprovechado en el tema mismo y en los temas posteriores que requieren de este conocimiento.

Conclusiones

Existen varios programas de geometría dinámica. La elección de uno entre ellos dependió de la accesibilidad al alcance del estudiante y para este fin se eligió el software de Geometría Dinámica Geogebra por ser de uso libre. Tal vez no sea el que tenga mejores

herramientas, pero es suficiente para su aplicación didáctica en el aula y para que el estudiante realice sus tareas en casa.

El programa de geometría dinámica no enseña matemáticas, es el usuario quien dispone de sus conocimientos en matemáticas para la construcción de figuras que le permitan visualizar un concepto específico, logrando un conocimiento significativo.

El comportamiento de una gráfica a partir de la variación de los parámetros de la expresión algebraica de una función brinda las condiciones para abordar los contenidos del cálculo con mejor aptitud y actitud hacia las actividades escolares.

La intención de utilizar la visualización de los objetos matemáticos es la apropiación de los conocimientos que propicie la abstracción de los conceptos.

El trabajo colaborativo para llevar a cabo la actividad propuesta brinda la oportunidad de fomentar la argumentación entre los estudiantes. Si la actividad se realiza en el trabajo individual, esto no debe quedar ahí, los resultados se deben socializar entre el grupo para compartir experiencias y resaltar lo que podría no ser evidente para algunos.

El profesor tiene que institucionalizar los conocimientos construidos por los estudiantes con la intención de formalizar el aprendizaje al referirse a los conceptos de manera adecuada.

El presente trabajo abre la perspectiva de la utilidad del uso de software como herramienta didáctica.

Referencias

- Mora Sánchez, J. A. (2007). Geometría Dinámica en Secundaria. *XIII Jornadas para el Aprendizaje y la Enseñanza de las Matemáticas (JAEM)*. Granada. [Consulta: 20 de noviembre 2022]. Disponible en:
http://jmora7.com/miWeb8/Archiv/2007_granada_JAMora.pdf
- Hohenwarter, M., Hohenwarter, J. (2009). *Documento de Ayuda de GeoGebra. Manual Oficial de la Versión 3.2* [Consulta: 20 de noviembre 2022]. Disponible en:
http://www.cvrecursosdidacticos.com/web/repository/1288201171_docues.pdf