



Revista MICA.
Volumen 5 No. 9.
ISSN: 2594-1933
Periodo: Enero – Junio de 2022
Tepic, Nayarit. México
Pp. 50 -59
Recibido: 02 de mayo
Aprobado: 29 de junio

Diseños de aprendizaje para el estudio de aplicaciones de la derivada en el nivel medio superior

Learning designs for the study of derivative applications at the high school level

Andrea Amador Ramírez
Universidad Autónoma de Nayarit
andrea.amador@uan.edu.mx

José Trinidad Ulloa Ibarra
Universidad Autónoma de Nayarit
jtulloo@uan.edu.mx

Nidia Dolores Uribe Olivares
CBTis 100
nidy98@hotmail.com

María Inés Ortega Arcega
Universidad Autónoma de Nayarit
maria.arcega@uan.edu.mx

Diseños de aprendizaje para el estudio de aplicaciones de la derivada en el nivel medio superior

Learning designs for the study of derivative applications at the high school level

Resumen

La enseñanza y aprendizaje del Cálculo ha sido tema de interés en diversas investigaciones de la Matemática Educativa, lo que ha llevado al planteamiento de diferentes posturas para abordar esta problemática. Algunas son las centradas en la parte cognitiva, que se refiere a las construcciones mentales necesarias para la aprehensión de un concepto, otras incorporan ideas relativas a los diferentes dominios científicos o al uso de herramientas tecnológicas y otras investigaciones incorporan ideas relacionadas a la variación de fenómenos. En los últimos años se han desarrollado trabajos que muestran las posibilidades que ofrece el uso de la tecnología, como son computadoras, calculadoras graficadoras, emuladores y diferentes aplicaciones, los cuales permiten obtener diferentes representaciones como son numérica, algebraica, gráfica de una misma situación, así como una mayor visualización e interpretación de un problema o fenómeno. Esta investigación tiene como interés favorecer el aprendizaje de la derivada como razón de cambio, explorando diferentes representaciones mediante el diseño y aplicación de situaciones didácticas mediadas por un software, que permitan dar sentido a las ideas de variación.

Palabras clave: diseños de aprendizaje, derivada, cálculo

Abstract

The teaching and learning of Calculus has been a topic of interest in various investigations of Educational Mathematics, which has led to the approach of different positions to address this problem. Some are those focused on the cognitive part, which refers to the mental constructions necessary for the apprehension of a concept, others incorporate ideas related to the different scientific domains or the use of technological tools and other investigations incorporate ideas related to the variation of phenomena. . In recent years, works have been developed that show the possibilities offered by the use of technology, such as computers, graphing calculators, emulators and different applications, which allow obtaining different representations such as numerical, algebraic, graphic of the same situation, as well as a greater visualization and interpretation of a problem or phenomenon. This research is interested in favoring the learning of the derivative as a reason for change, exploring different representations through the design and application of didactic situations mediated by software, which allow to give meaning to the ideas of variation.

Keywords: learning designs, derivative, calculus

Introducción

El trabajo que se presenta es parte de una investigación en curso cuyo objetivo principal es el de crear y proponer diseños de aprendizaje para el estudio de la derivada para el curso de cálculo diferencial en el Nivel Medio Superior (NMS) con base en el uso de la calculadora graficadora TI – Nspire CX CAS.

En los cursos de Cálculo la utilización de diferentes representaciones es de gran utilidad ya que los objetos matemáticos propios de esta parte de la matemática son ideales, por lo que, se hace necesario conocer, diferenciar y utilizar las diferentes representaciones y sacar provecho de cada una de ellas y por consiguiente se utilizará la Teoría del Registro de Representación Semiótica de Duval (1993, 1998, 2006).

El contar con un elemento mediador entre el objeto de estudio y los estudiantes permite disponer y usar los diversos sistemas de representación semiótica y además por analizar sus transformaciones y la conversión entre ellos por ello en los diseños de aprendizaje se proponen actividades para trabajar tanto con la transformación como con la conversión de esos sistemas.

Lo anterior queda enmarcado en lo que Duval (1993) establece para caracterizar un sistema semiótico ya que permite las tres actividades cognitivas siguientes:

- 1) Identificar una representación,
- 2) transformar una representación en otra dentro de un mismo tipo de registro (Tratamiento) y
- 3) la Conversión como una transformación de la representación de un objeto en otra representación del mismo objeto dentro de un registro distinto.

Se plantean las siguientes preguntas de investigación:

- ¿Qué impacto genera en el estudiante una instrucción que privilegia el uso de distintos registros de representación semiótica?

- ¿Existe alguna relación entre los niveles de entendimiento conceptual que define Hake (1998) y los niveles de comprensión de Hitt (1998)?

Para tratar de dar respuesta se recurre a la matemática educativa para hacer las propuestas que se consideren factibles para atender la problemática que se plantean sin olvidar que su enseñanza es una actividad en la que el instructor debe analizar los problemas que se presentan, es decir su aprendizaje y encontrar la manera más adecuada de solventarlos en este caso se apuesta a diseños de aprendizaje.

En la enseñanza del Cálculo en el nivel medio superior, el concepto de derivada generalmente se muestra a los estudiantes como una recta tangente a la curva, seguido de fórmulas para su tratamiento analítico convirtiéndose en un compendio de desarrollos algebraicos y memorísticos que no están ligados a la comprensión fundamental como razón de cambio.

En general los estudiantes aprenden a realizar de forma mecánica cálculos de derivadas y resolver algunos problemas, pero encuentran grandes dificultades para alcanzar una verdadera comprensión de dicho concepto, lo que conlleva a no relacionarlo con fenómenos que presentan variaciones y cambios.

La enseñanza y aprendizaje del Cálculo ha sido tema de interés en diversas investigaciones de la Matemática Educativa, lo que ha llevado al planteamiento de diferentes posturas para abordar esta problemática. Algunas son las centradas en la parte cognitiva, que se refiere a las construcciones mentales necesarias para la aprehensión de un concepto, otras incorporan ideas relativas a los diferentes dominios científicos o al uso de herramientas tecnológicas y otras investigaciones incorporan ideas relacionadas a la variación de fenómenos (Caballero, 2015). La postura en la que se apoyara esta investigación será en incorporación de herramientas tecnológicas.

En los últimos años se han desarrollado trabajos que muestran las posibilidades que ofrece el uso de la tecnología, como son computadoras, calculadoras graficadoras, emuladores y diferentes aplicaciones, los cuales permiten obtener diferentes representaciones como son numérica, algebraica, gráfica de una misma situación, así como una mayor visualización e interpretación de un problema o fenómeno.

Esta investigación tiene como interés favorecer el aprendizaje de la derivada como razón de cambio, explorando diferentes representaciones mediante el diseño y aplicación de situaciones didácticas mediadas por un software, que permitan dar sentido a las ideas de variación.

Para el desarrollo de trabajo se planteó la siguiente hipótesis: el uso de la calculadora TI-Nspire CX CAS facilita la comprensión entre los distintos registros de representación del concepto de derivada y permite la visualización para favorecer el aprendizaje.

Marco Teórico

Para el desarrollo del trabajo se toma como base la Teoría de Registros de Representación Semiótica propuesta por Duval (1993) puesto que considera esencial el uso de los sistemas de representación para favorecer el pensamiento matemático

En la teoría se establece que el uso de sistemas de representaciones semióticas para el pensamiento matemático es esencial. No existen otras maneras de tener acceso a los objetos matemáticos, sino a través de la producción de cada registro de representación es cognitivamente parcial con respecto a lo que él representa.

La disponibilidad y uso de diversos sistemas de representación semiótica, sus transformaciones y conversiones, se consideran imprescindibles para la comprensión, construcción y comunicación de las matemáticas. Asimismo, se asume que la producción y aprehensión de representaciones materiales no es espontánea y su dominio debe ser previsto en la enseñanza.

Según Duval (1998), un sistema semiótico puede ser un registro de representación, si permite tres actividades cognitivas relacionadas con la semiósis:

- 1) La presencia de una representación identificable.
- 2) El tratamiento de una representación que es la transformación de la representación dentro del mismo registro donde ha sido formulada...
- 3) La conversión de una representación que es la transformación de la representación en

otra representación de otro registro en la que se conserva la totalidad o parte del significado de la representación inicial...”. Es decir con dos tipos de registros disímiles, con diferentes representaciones.

Por tal motivo, la enseñanza-aprendizaje de las funciones no se debe limitar al trabajo en uno solo de estos registros, sino que se debe incluir la capacidad de traducir la información de una representación a otra (Janvier, 1987; Duval, 2006).

Los diseños de aprendizaje

El concepto de Diseños de Aprendizaje o LD (del inglés Learning Design) es un término utilizado por muchos docentes en su planificación cotidiana. La primera idea general es que las personas aprenden mejor involucrándose en la actividad de aprendizaje. La segunda idea es que para promover un aprendizaje más efectivo, las actividades pueden ser ordenadas como un flujo de aprendizaje. La tercera idea es compartirlos y/o reutilizarlos (Álvarez, Bucarey, Triviños y Arraya 2007). La mayoría de las actividades están compuestas por objetos de aprendizaje.

Las etapas propuestas para los diseños de aprendizaje

El diseño de aprendizaje debe dar respuesta a las siguientes preguntas:

¿Qué?

¿Cómo?

¿Por qué?

¿Con qué?

Para esto, los diseños de aprendizaje los consideramos en las siguientes fases:

Fase I. Planteamiento de un fenómeno a modelar por modelos exponenciales.

Fase II. Contextualización e institucionalización de la práctica de modelación.

Fase III. Adecuación de la práctica deconstruida y reconstruida.

Fase IV. Desarrollo

Metodología

Esta investigación será un estudio con un enfoque cualitativo. El tipo de investigación que se diseñará será el estudio de casos ya que el objetivo general de esta investigación es generar una situación didáctica relacionada con el contexto del estudiante, para transitar entre

los registros de representación mediante la implementación de la calculadora graficadora TI – Nspire CX CAS e identificar la relación del aprendizaje con la coordinación y tránsito entre los distintos registros de representación mediante el uso de la calculadora.

Algunos de los instrumentos a utilizar serán las entrevistas, los análisis de los resultados de la aplicación de los diseños de aprendizaje. La recolección de datos estará orientada a proveer de un mayor entendimiento de los significados y experiencias de los estudiantes. Durante la aplicación de las secuencias de aprendizajes se llevará a cabo la observación e interpretación de los datos. El planteamiento del problema está basado en la literatura y las experiencias de los participantes.

Para el logro del objetivo de la investigación, se diseñarán cuatro estrategias de aprendizaje relacionadas a las prácticas sociales ligadas a la variación, así como a las prácticas de conversión entre diferentes ambientes (gráfica, numérica, algebraica) mediante la implementación de la calculadora TI – Nspire CX CAS, que propicien un aprendizaje significativo de las aplicaciones de la derivada en problemas de optimización

Se trabajará con un grupo control y un grupo experimental, lo que permitirá hacer una comparación entre los resultados. El grupo control trabajará las actividades con los conocimientos de los conceptos, algoritmos y fórmulas con los que trabaja frecuentemente para resolver este tipo de problemas. El grupo experimental, además de los mismos conocimientos del grupo control, se apoyará del software emulador de la calculadora TI-Nspire CX CAS, la cual posee la ventaja de permitir transitar en los diferentes tipos de representaciones como son lenguaje natural, algebraico, tabular y gráfico.

Para la resolución de los problemas, necesariamente los estudiantes tendrán realizar mínimo tres procesos de conversión entre representaciones a partir de una de ellas. Por ejemplo, en una de las actividades a partir de un enunciado escrito, el estudiante encontrará la solución haciendo una conversión a una representación geométrica y posteriormente algebraica o gráfica.

En otra situación, a partir de tabla de valores, el estudiante tendrá que interpretar el problema para lograr transitar a una representación algebraica y posteriormente gráfica, o

viceversa. Y así, se aplicarán cada uno de los diseños de aprendizaje, haciendo variaciones en la representación inicial.

Para el desarrollo de esta investigación se usará la metodología de Ingeniería Didáctica. Esta metodología hace una analogía con el trabajo que se hace en una ingeniería, es decir, basada en conocimientos científicos, se somete a un control y experimentación de tipo científico, esta se caracteriza por un esquema experimental basado en las realizaciones didácticas en el aula, es decir sobre concepción, realización, observación, experimentación y análisis de secuencias de enseñanza. Esta metodología está estructurada en 4 etapas:

- 1) Análisis preliminares; 2) Concepción y análisis a priori de situaciones didácticas; 3) Experimentación; 4) Análisis a posteriori y evaluación.

Resultados y Conclusiones

Lograr que los estudiantes sean capaces de proponer diferentes representaciones que satisfagan cuestiones de pronóstico, así como como comprender o reinterpretar un fenómeno o problema.

Que el estudiante logre transitar de una forma de representación a otra al momento de resolver una situación de variación y comprender los conceptos involucrados para lograr un aprendizaje significativo.

Comprobar si al introducir el tema de las aplicaciones de la derivada, utilizando una metodología basada en las diferentes representaciones mejora positivamente el rendimiento de los estudiantes.

El apartado de resultados y conclusiones puede estar junto o separado, se deja a elección del autor. Contiene las respuestas a las preguntas de investigación y el autor manifiesta sus propias inferencias.

Diseño de aprendizaje para analizar la función exponencial:

La colonización de los conejos

Un caso real:

En una isla dejamos escapar 100 conejos, especie desconocida hasta entonces en esos parajes.

Supongamos que las condiciones para que se reproduzcan son óptimas, por lo que se incrementan en un 10% mensual.

1. Construya una tabla donde se muestre la evolución de la población de conejos en esta isla.

Predicción: Los estudiantes utilizan para construir esta tabla una fórmula recursiva:

$$S_{n+1} = S_n + S_n \cdot (0.1)$$

2. ¿Con qué tipo de modelo podemos modelar este fenómeno

Predicción:

a) Algunos estudiantes calcularán la razón de cambio y a partir del comportamiento de esta concluirán que no es lineal porque la razón de cambio no es constante, que no es cuadrática porque la razón de cambio con respecto del tiempo no es lineal y que si es exponencial porque la razón de cambio es lineal con respecto de la población.

b) Otros estudiantes graficarán la población contra tiempo e identificando esta gráfica concluirán que es exponencial

3. ¿Cuál es la ecuación diferencial que modela este fenómeno?

Predicción: Los estudiantes ajustan la recta de razón de cambio con respecto a la población con la calculadora o directamente con una función de Excel para dar la Ecuación Diferencial que modelará el fenómeno

4. ¿Cuál es el modelo gráfico de la población de conejos con respecto del tiempo?

Predicción: Los estudiantes grafican población contra tiempo utilizando la calculadora o Excel.

5. Ajuste los datos de población contra tiempo utilizando la calculadora

Predicción: Los estudiantes ajustan los datos de población contra tiempo con un modelo exponencial.

6. ¿Qué sucede con los modelos si cambiamos el índice de crecimiento de la población?

7. ¿Qué sucede con los modelos si cambiamos la población inicial?

8. ¿Qué otros parámetros podríamos tener?

Predicción: Los actores articulan los parámetros del fenómeno con los de los modelos

7. ¿Qué podrán decir de esta población de conejos?

Predicción: Los actores concluyen que esta granja de conejos no es tan real, que no hay mortalidad que el índice de crecimiento es de 0.1 y que es el mismo fenómeno que el de interés compuesto.

Referencias

- Alvarez, L.; Bucarey, S.; Triviños, S.; Araya, E. (2007). Enseñanza de Anatomía del Hígado Humano con Diseños de Aprendizaje. Int. J. Morphol. [online]. 2011, vol.29, n.2. Recuperado el 4 de Agosto de 2021 en: http://www.gita.cl/files/Ensenanza_Higado_con_LD_short_paper
- Artigue, M., Douady, R., Moreno, L., & Gómez, P. (1995). *Ingeniería didáctica en educación matemática*.
- Duval, R. (1993). Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. Annales de Didactique et de Science Cognitives, 5, 37-65. Traducción: Registros de representación semiótica y funcionamiento cognitivo del pensamiento. En Hitt, F. (Ed.) Investigaciones en Matemática Educativa II. México: Grupo Editorial Iberoamericana.
- Duval R. (1998). Registros de representación semiótica y funcionamiento cognitivo del pensamiento. En Investigaciones en Matemática Educativa II (Editor F. Hitt). México: Grupo Editorial Iberoamericana.
- Duval, R. (2006). Un tema crucial en la educación matemática: La habilidad para cambiar de registro de representación. La Gaceta de la RSME. Vol. 9.1.
- Janvier, C. (1987). Problems of representation in the teaching and learning of mathematics. Londres: Lawrence Erlbaum Associates.